

УДК 625.7/.8

Каськів В. І.¹, канд. техн. наук, доцент, <https://orcid.org/0000-0002-8074-6798>

Касай К. І.², <https://orcid.org/0000-0003-3292-3339>

¹Державне підприємство «Національний інститут розвитку інфраструктури» (ДП «НІРІ»), м. Київ, Україна

²Національний транспортний університет (НТУ), м. Київ, Україна

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ АТМОСФЕРНИХ ОПАДІВ НА ВОДНО-ТЕПЛОВИЙ РЕЖИМ ЗЕМЛЯНОГО ПОЛОТНА АВТОМОБІЛЬНОЇ ДОРОГИ

Анотація

Вступ. Автомобільні дороги формують базову інфраструктуру перевезень, а їхній технічний стан безпосередньо впливає на стабільність логістики, безпеку руху та економічну ефективність. Значна частина дорожньої мережі України має нежорсткий дорожній одяг, для якого вирішальну роль відіграє стан ґрунтів робочого шару земляного полотна.

Проблематика. Підвищення надійності дорожньої конструкції є актуальним питанням галузі. Ураховуючи, що міцнісні і деформативні показники нежорсткого дорожнього одягу залежать від фізико-механічних показників ґрунту основи і відповідно від його вологості, існує потреба в урахуванні всіх чинників впливу на них і у точних розрахункових залежностях.

Мета. Розробити інженерно-придатний підхід математичного моделювання впливу атмосферних опадів на водно-тепловий режим робочого шару земляного полотна.

Матеріали та методи. За основу взято модель водно-теплого режиму, яка базується на диференціальних рівняннях переносу тепла і вологості в часткових похідних.

Результати. Запропоновано для розрахунку поля вологості $W(z, t)$ у шарі ґрунту за глибиною z замість функції $f(t)$ — однорідного за глибиною і перемінного в часі джерела надходження вологи, ввести функцію $f(z, t) = q(t) p(z)$, яка на думку авторів більш коректно відтворює надходження вологи від дощів у дорожню конструкцію.

Висновки. Запропонована постановка на базі дифузійного рівняння з просторово-часовим джерелом є збалансованою за складністю та точністю для інженерних розрахунків. Вона дозволяє використовувати фактичні дані опадів, враховувати реалістичну зміну вологості з глибиною, враховувати вид ґрунту.

Ключові слова: автомобільна дорога, вологість, водно-тепловий режим, ґрунт, дорожня конструкція, дощ, земляне полотно, опади, робочий шар.

Вступ

Автомобільні дороги були і залишаються одним із основних логістичних шляхів для будь-якої країни, а їхня надійність і забезпечення основних транспортно-експлуатаційних показників є критичною умовою безперервності перевезень, економічної стійкості та забезпечення безпеки дорожнього руху. Окрім того, однією із важливих складових вартості товару чи матеріалів є транспортна складова, величина якої на пряму залежить від швидкості і відстані транспортування. Тому питання забезпечення експлуатаційної надійності шляхів сполучення, підвищення міцності конструкції дорожнього одягу та строку його служби залишаються завжди актуальними і на часі. Також слід врахувати, що найбільші витрати під час ремонтів, реконструкції чи нового будівництва автомобільних доріг припадають саме на влаштування дорожнього одягу. Надійність конструкції якого визначається поєднанням транспортних навантажень, регіональних природних умов і водно-тепловим режимом (ВТР) земляного полотна.

Основна частина

Як відомо, в Україні майже вся мережа автомобільних доріг загального користування (за виключенням окремих ділянок) і вулично-дорожня мережа населених пунктів має дорожній одяг нежорсткого типу. Для дорожньої конструкції нежорстких дорожніх одягів критично важливим елементом є ґрунти земляного полотна (особливо робочий шар), фізико-механічні характеристики яких знижуються якщо їхня вологість зростає. Таку ж тенденцію показують довготривалі дослідження і спостереження, зокрема науковців США, які на замовлення Федерального управління автомобільних доріг (FHWA) виконували програму, яка включала в себе як польові, так і лабораторні випробування (Long-Term Pavement Performance Program) [1–3]. Результати досліджень свідчать про суттєву сезонну зміну модулів пружності шарів конструкції дорожнього одягу і підстильного ґрунту, мінімальні значення яких припадають на періоди підвищеної вологості — насамперед навесні. Такі ж результати отримали в своєму дослідженні у 2023 році Rahman M.M. та інші, які досліджували вплив вологості на модуль пружності ґрунту основи для прогнозування утворення колій на дорожньому покритті [4].

Максимальна сезонна вологість, як зазначалось, спостерігається у весняний період, тому саме цей період приймають розрахунковим. Ключовою інженерною проблемою постає збільшення міцності ґрунтів у розрахунковий період і стабілізація їхніх властивостей протягом року. Ефективний шлях — раціональне регулювання ВТР: обмеження надходження / утримання вологи, керування тепловими умовами верхньої зони земляного полотна та належне поверхнєве водовідведення. Поряд із капілярно-пароподібним зволоженням не можна недооцінювати дощові опади: у ґрунтах робочого шару високих насипів чи при глибокому заляганні ґрунтових вод у теплий період року саме опади стають основним джерелом зволоження [4 – 10].

Для більшості регіонів України від 60 % до 85 % річної кількості опадів випадає у теплий період (квітень – жовтень), тож аналіз стану конструкції та режимів відведення поверхневих вод доцільно фокусувати на цьому інтервалі.

Основні принципи, класифікацію і загальну систему рівнянь водно-теплого режиму (ВТР) дорожньої конструкції були закладені «на початку — в середині» двадцятого століття, зокрема видатним українським ученим-дорожником Сіденком В.М. [11, 12]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} &= a \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + b \frac{\partial W}{\partial t} \\ \frac{\partial W}{\partial t} &= a_1 \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} + a_1 b_1 \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

де T — температура, °C;

t — час, год;

a — коефіцієнт теплопровідності ґрунту, м²/год;

z — глибина (змінна координата), м;

b — коефіцієнт, який характеризує виділення або поглинання ґрунтом тепла внаслідок фазових перетворень, °C;

W — вологість, долі од.;

a_1 — коефіцієнт вологопровідності ґрунту, м²/год;

b_1 — коефіцієнт термоміграції (термодифузії) вологи, 1/°C.

У наукових працях Золотаря І. О., Пузакова В. М., Сіденка В. М., Туласєва А. Я. [12] отримані аналітичні розв'язки системи (1) для різних схем зволоження, але в основному, увага була приділена зволоженню ґрунтів робочого шару земляного полотна внаслідок капілярного підняття вологи від ґрунтових вод або інфільтрації вологи із бокових каналів, а також пароподібному зволоженню і термоміграції вологи ґрунтів.

Як відмічалось, основна кількість опадів на території України припадає на теплий період року — з квітня по жовтень. Впродовж цього періоду температура повітря коливається більш відчутно ніж температура земляного полотна. Причому температура земляного полотна змінюється не значно порівняно з його вологістю, яка залежно від інтенсивності опадів може коливатися в широкому діапазоні від 0,0 W_T до 0,8 – 0,9 W_T (W_T — вологість на межі текучості). У роботах [11, 12] показано, що у дорожній конструкції до моменту встановлення деякої вологості набагато раніше встановлюється повний розподіл температури, тобто встановлюється стаціонарний теплообмін, $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$. Тому,

враховуючи ці передумови, можна знехтувати відповідними складовими системи (1) і звести її до рівняння:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = a_1 \frac{\partial^2 W}{\partial z^2}. \quad (2)$$

У роботі [6, 7] вплив атмосферних опадів враховано шляхом введення в рівняння (2) функції $f(t)$, а замість коефіцієнта вологопровідності, який згідно в методикою його визначення [12], відображає здатність ґрунтів до капілярного підняття, а не до інфільтрації, було введено коефіцієнт дифузії ґрунтової вологи (дифузивність) — D .

$$D = K_\phi \Psi_{\text{МГ}} n \text{ МГ}^n \theta^{n+0,6} \theta_{\text{max}}^{-(2n+7,6)}, \quad (3)$$

$$n = \frac{[2,7-5,2 \cdot 10^{-6} (100 \text{ НВ}/\rho_d)]}{\lg (\text{НВ}/\text{МГ})},$$

де D — коефіцієнт дифузії капілярної вологи, $\text{см}^2/\text{с}$;
 K_ϕ — коефіцієнт фільтрації, $\text{см}/\text{с}$;
 $\Psi_{\text{МГ}}$ — капілярно-сорбційний потенціал ґрунтової вологи при максимальній гігроскопічній вологості, см ;
 МГ — максимальна гігроскопічна вологість, $\text{см}^3/\text{см}^3$;
 θ — початкова вологість ґрунту $\text{см}^3/\text{см}^3$;
 θ_{max} — повна вологість ґрунту $\text{см}^3/\text{см}^3$;
 НВ — найменша вологоємність ґрунту, $\text{см}^3/\text{см}^3$;
 ρ_d — щільність сухого ґрунту, $\text{кг}/\text{см}^3$.

З врахуванням залежностей (3) і те, що $\partial T/\partial t = 0$, у [6, 7] отримано вихідне рівняння математичної моделі для визначення вологості земляного полотна залежно від дії атмосферних опадів:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = D \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} + f(t), \quad (4)$$

де W — вологість ґрунту, долі одиниць;
 t — час, год;
 z — глибина (змінна координата), м.

Під час атмосферних опадів має місце інфільтраційний водно-тепловий режим. За цього режиму для високих насипів у [7] було розроблено дві розрахункові схеми ВТР дорожньої конструкції, які обумовили різні початкові і граничні умови рівняння (2).

Перша схема передбачала відсутність дорожнього одягу або коли він водонепроникний, також її можна використовувати для тільки що зведених дорожніх насипів, насипів залізниць, узбіч чи укосів насипів і виїмок, які знаходяться в експлуатації.

Розглядаючи граничну задачу, коли вологість поверхневого шару земляного полотна після проходження дощу наближається до вологості повного вологонасичення ($W_{\text{пв}}$), можна виділити два розрахункові випадки. Перший — коли утворюється тимчасова калюжа і є застій води, а також при довгих затяжних дощах, тоді вологість поверхневого шару земляного полотна досягає $W_{\text{пв}}^* = 0,9 W_{\text{пв}}$.

Дослідженнями L. Rehati було встановлено, що коефіцієнт водонасичення ґрунту не перевищує значення 0,9 із-за наявності в його порах повітря. Другий — у всіх інших випадках, і тоді $W_{\text{пв}}^* = (0,65 \dots 0,85) W_{\text{пв}}$.

Для цієї схеми, виходячи з припущення, що вологість в межах робочого шару змінюється незначно і дорівнює деякій початковій вологості W_0 , а вплив ґрунтових вод відсутній, так як насип високий, початкові і граничні умови сформульовано таким чином:

$$W(z, 0) = W_0; W(0, t) = W_{\text{пв}}^*, W(\lambda, t) = W_0, \quad (5)$$

де $W_{\text{пв}}^* = (0,65 \dots 0,90) W_{\text{пв}}$ — вологість поверхневого шару земляного полотна після проходження дощу у часах від вологості повного вологонасичення
 λ — глибина інфільтрації опадів, тобто глибина до граничного значення якої дія опадів впливає на вологість ґрунтів.

Друга схема передбачала присутність водотривкого дорожнього одягу.

Граничні умови під дорожнім одягом:

$$W(0, t) = W_0 + m_D t, \quad (6)$$

де m_D — коефіцієнт, рівний горизонтальній складовій дифузивності.

За цих початкових і граничних умов у [6, 7] отримано математичну модель зміни вологості ґрунтів робочого шару земляного полотна автомобільних доріг від дії атмосферних опадів:

$$\left. \begin{aligned} i_{np,p} &= \phi(S, t); \\ f(t) &= \psi(t, \beta, i_{np,p}, Q, E); \\ W(z, t) &= W_{ПВ} + A \left[\operatorname{erf} \left(\frac{z}{2\sqrt{Dt}} \right) \right] - f(t)t; \\ W(z, t) &= W_{ПВ} + \frac{A z}{\lambda} + \frac{2 A}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} B C + f(t) L \sum_{n=1}^{\infty} N C; \\ W(z, t) &= W_0 + m_D t \left(1 - \frac{z}{\lambda} \right) - \frac{2 m_D t}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} B C + f(t) L \sum_{n=1}^{\infty} N C; \\ A &= (W_0 - W_{ПВ}), \quad B = \sin \left(\frac{n \pi z}{\lambda} \right); \\ C &= \frac{2 \lambda^2}{D \pi^3}, \quad L = n^{-1} \exp \left(-\frac{D n^2 \pi^2}{\lambda^2} t \right); \\ N &= n^{-3} ((-1)^n - 1) \cdot \left[\exp \left(-\frac{D n^2 \pi^2}{\lambda^2} t \right) - 1 \right]. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

де $i_{np,p}$ — приведена розрахункова інтенсивність дощу, яка залежить від кількості опадів, що випали і їхньої тривалості, мм/год.

Якщо проаналізувати рівняння (4), то це лінійне параболічне (дифузійне) рівняння вологості $W(z, t)$ у шарі ґрунту за глибиною z . Функція $f(t)$ — це однорідне за глибиною і змінне в часі джерело надходження вологи, яке відображає усереднений вплив опадів.

Початкові і граничні умови (5) і (6) «створюють» градієнти й визначають, як волога на поверхні проникає в глибину шару.

Модель (4) відповідає випадкам, коли дифузивність можна вважати сталою (коливання W помірні), а вплив атмосферних опадів адекватно описує усереднене у просторі джерело.

Коли доступні реальні дані пловіограм або погодинні дані опадів, доцільно задавати просторово-часове джерело.

$$\frac{\partial W}{\partial t} = D \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} + f(z, t), \quad (8)$$

де $f(z, t)$ — волога від атмосферних опадів в точці z на момент часу t .

$$f(z, t) = q(t) p(z), \quad (9)$$

де $q(t)$ — часовий профіль інтенсивності зволоження на поверхні дорожньої конструкції, мм/год;

$p(z)$ — форма вертикального розподілу (наприклад, експоненціальне затухання $e^{-\beta z}$ або $\alpha e^{-\alpha z}$).

Цей підхід представляє атмосферні опади як часозмінний потік $q(t)$ (інтенсивність дощу), розподілений за глибиною за профілем $p(z)$, який швидко затухає (експоненційно). Параметри β або α залежать від виду ґрунту. Ці параметри визначають експериментально або калібрують за допомогою числового моделювання. Зокрема така задача числового моделювання інфільтрації дощової вологи у тіло насипу автомобільної дороги розташованого в місті Сантандер (Північна Іспанія) розглядається у роботі [5] де автори використали метод скінченних елементів (МСЕ).

На відміну від просторово однорідного джерела функція $f(z, t)$ дозволяє врахувати реальні дощі (пікову інтенсивність, тривалість, паузи); задати фізично обґрунтоване (експериментально встановлене) затухання впливу з глибиною (через параметри β або α); відрізнити короткі

зливи (сильний поверхневий імпульс) від зatoryжних дощів (глибша інфільтрація плюс довша тривалість впливу).

Також введенням щільності води ρ_w і сухого ґрунту ρ_d у рівнянні (10) можна врахувати вид ґрунту і його стан в дорожній конструкції чи насипу:

$$f_w(z, t) = \frac{\rho_w}{\rho_d} q(t) p(z). \quad (10)$$

Отримані значення зміни вологості $W(z, t)$ враховують при зміні фізико-механічних характеристик ґрунтів (модуль пружності, зчеплення, кут тертя тощо). Зростання вологості у робочому шарі зменшує ці показники тому коректне задання функції (10) є ключем до реалістичної оцінки несної спроможності і довговічності дорожньої конструкції.

Висновки

Надійність нежорстких дорожніх одягів істотно визначається коливаннями вологості робочого шару земляного полотна, тож регулювання водно-теплого режиму дорожньої конструкції залишається постійним інженерним пріоритетом.

Запропонована постановка на основі лінійного дифузійного рівняння з просторово-часовим джерелом $f(z, t) = q(t) p(z)$ є придатною інженерною основою для оцінювання впливу вологи опадів. Представлення опадів у вигляді часової інтенсивності $q(t)$ та вертикальної форми зміни вологості $p(z)$ (із фізично обґрунтованим затуханням за глибиною) дозволяє використовувати як реальні пловіограми, так і їхні усереднені показники, що зробить прогнозування інфільтрації вологи опадів більш точнішим.

Для коректного застосування запропонованого рівняння й існуючих моделей потрібне визначення і калібрування коефіцієнта дифузії капілярної вологи, а також підбір закону зміни вологості ґрунту із глибиною з урахуванням виду ґрунту та дорожньої конструкції.

Список літератури

1. FHWA (LTPP): Seasonal Variations in the Moduli of Unbound Pavement Layers (FHWA-HRT-04-079). URL: <https://www.fhwa.dot.gov/publications/research/infrastructure/pavements/ltp/04079/>.
2. Idaho DOT (ITD): Monitoring and Modeling Subgrade Soil Moisture for Pavement Design and Rehabilitation in Idaho (Final Report). URL: <https://apps.itd.idaho.gov/apps/research/Completed/RP124C.pdf>
3. Ahmed Abdelgawad, Mostafa A. Abo-Hashema. Modeling of seasonal variation of subgrade resilient modulus using ltp data. 13th Annual International Conference, Asphalt, Pavement Engineering and InfrastructureAt: Liverpool Centre for Materials Technology (LCMT), Liverpool, UK February 2014 URL: https://www.researchgate.net/publication/341213911_MODELING_OF_SEASONAL_VARIATION_OF_SUBGRADE_RESILIENT_MODULUS_USING_LTPP_DATA.
4. Rahman M. M. et al. (2023): Effect of Moisture Content on Subgrade Soils Resilient Modulus for Predicting Pavement Rutting. Geosciences 2023, 13(4), 103; DOI: <https://doi.org/10.3390/geosciences13040103>.
5. Norambuena-Contreras J. et al. Nonlinear numerical simulation of rainwater infiltration through road embankments by FEM. Applied Mathematics and Computation. 219 (4). DOI: <https://doi.org/10.1016/j.amc.2012.08.025>.
6. Каськів В. І. Математична модель розподілу вологості ґрунтів у робочому шарі високих насипів з врахуванням інфільтрації вологи дощів. *Автомобільні дороги і дорожнє будівництво*. 2017. Вип. 100. С. 3–10. URL: http://publications.ntu.edu.ua/avtodorogi_i_stroitelstvo/100/003-010.pdf.
7. Каськів В. І. Удосконалення показників робочої зони високих насипів з врахуванням інфільтрації атмосферних опадів : дис... канд. техн. наук : 05.22.11. К., 1998. 286 с.
8. Петрович В. В., Касай К. І., Дослідження характеристик опадів для розрахунків поверхневого водовідведення й інфільтрації вологи в ґрунт земляного полотна автомобільних доріг. *Автомобільні дороги і дорожнє будівництво*. 2024. Вип. 115-2. С. 137–146. URL: http://publications.ntu.edu.ua/avtodorogi_i_stroitelstvo/115.2/137.pdf.

9. Каськів В. І., Касай К. І. Аналіз підходів щодо оцінювання просочування опадів у ґрунт узбіччя автомобільних доріг. *Дороги і мости*. Київ, 2024. Вип. 30. С. 253–263. DOI: <https://doi.org/10.36100/dorogimosti2024.30.253>.
10. Бубела А. В. Дослідження закономірностей зволоження дорожньої конструкції та методи його регулювання. *Автомобільні дороги і дорожнє будівництво*. 2019. Вип. 105. С. 44–48. URL: http://publications.ntu.edu.ua/avtodorogi_i_stroitelstvo/105/44.pdf.
11. Сіденко В. М. Розрахунок і регулювання водно-теплого режиму дорожніх одягів і земляного полотна. *Автотрансдзат*, 1962. 116 с.
12. Пузаков М. А., Золотарь І. О., Сіденко В. М., Туласєв А. Я. Водно-тепловий режим земляного полотна і дорожніх одягів. *Транспорт*, 1971. 414 с.

References

1. FHWA (LTPP): Seasonal Variations in the Moduli of Unbound Pavement Layers (FHWA-HRT-04-079). URL: <https://www.fhwa.dot.gov/publications/research/infrastructure/pavements/ltp/04079/> [in English].
2. Idaho DOT (ITD): Monitoring and Modeling Subgrade Soil Moisture for Pavement Design and Rehabilitation in Idaho (Final Report). URL: <https://apps.itd.idaho.gov/apps/research/Completed/RP124C.pdf> [in English].
3. Ahmed Abdelgawad, Mostafa A. Abo-Hashema. Modeling of seasonal variation of subgrade resilient modulus using Ltp data. 13th Annual International Conference, Asphalt, Pavement Engineering and InfrastructureAt: Liverpool Centre for Materials Technology (LCMT), Liverpool, UK February 2014 URL: https://www.researchgate.net/publication/341213911_MODELING_OF_SEASONAL_VARIATION_OF_SUBGRADE_RESILIENT_MODULUS_USING_LTPP_DATA [in English].
4. Rahman M. M. et al. (2023): Effect of Moisture Content on Subgrade Soils Resilient Modulus for Predicting Pavement Rutting. *Geosciences* 2023, 13(4), 103. DOI: <https://doi.org/10.3390/geosciences13040103> [in English].
5. Norambuena-Contreras J. et al. Nonlinear numerical simulation of rainwater infiltration through road embankments by FEM. *Applied Mathematics and Computation*. 219 (4). DOI: <https://doi.org/10.1016/j.amc.2012.08.025> [in English].
6. Kaskiv V. I. Matematychna model rozpodilu volohosti gruntiv u robochomu shari vysokikh nasypiv z vrakhuvanniam infiltratsii volohy doshchiv. *Avtomobilni dorohy i dorozhnie budivnytstvo* (Mathematical model distribution soil humidity in the working layer high embankments taking into account moisture infiltration of the rain). 2017. Issue 100. P. 3–10. URL: http://publications.ntu.edu.ua/avtodorogi_i_stroitelstvo/100/003-010.pdf [in Ukrainian].
7. Kaskiv V. I. Udoskonalennia pokaznykiv robochoi zony vysokikh nasypiv z vrakhuvanniam infiltratsii atmosferynykh opadiv (Improvement of indicators of the working zone of high embankments, taking into account the infiltration of atmospheric precipitation) : dys... kand. tekhn. nauk : 05.22.11. K., 1998. 286 p. [in Ukrainian].
8. Petrovych V. V., Kasai K. I. Doslidzhennia kharakterystyk opadiv dlia rozrakhunkiv poverkhnevoho vodovidvedennia y infiltratsii volohy v grunt zemlianooho polotna avtomobilnykh dorih. *Avtomobilni dorohy i dorozhnie budivnytstvo* (Study of precipitation characteristics for calculations of surface water drainage and moisture infiltration into the soil of road subgrade). 2024. Vyp. 119. Ch.2. P. 137–146 [in Ukrainian].
9. Volodymyr Kaskiv, Kostiantyn Kasai. Analysis of approaches to assessing rainwater infiltration into roadside soils. *Dorogi i mosti* [Roads and bridges]. Kyiv, 2024. Issue 30. P. 253–263 DOI: <https://doi.org/10.36100/dorogimosti2024.30.253> [in Ukrainian].
10. Bubela A. V. Doslidzhennia zakonornostei zvolozhennia dorozhnoi konstruktsii ta metody yoho rehuliuвання. *Avtomobilni dorohy i dorozhnie budivnytstvo* (Study of patterns of moistening of the road structure and methods of its regulation). 2019. Issue 105. P. 44–48. URL: http://publications.ntu.edu.ua/avtodorogi_i_stroitelstvo/105/44.pdf [in Ukrainian].
11. Sidenko V. M. Rozrakhunok i rehuliuвання vodno-teplovoho rezhymu dorozhnykh odiahiv i zemlianooho polotna (Calculation and regulation of the water-thermal regime of road surfaces and ground surface). *Avtotransizdat*, 1962. 116 p.

12. Puzakov M. A., Zolotar I. O., Sidenko V. M., Tulaiev A. Ia. Vodno-teplovyi rezhym zemliano-ho polotna i dorozhnikh odiahiv (Hydro-thermal regime of the road embankment and pavement structures). *Transport*, 1971. 414 p. [in Ukrainian].

Volodymyr Kaskiv¹, Ph.D., Associate Professor, <https://orcid.org/0000-0002-8074-6798>

Kostiantyn Kasai², <https://orcid.org/0000-0003-3292-3339>

¹State Enterprise «National Institute for Development Infrastructure» (SE «NIDI»), Kyiv, Ukraine

²National Transport University (NTU), Kyiv, Ukraine

MATHEMATICAL MODELING OF THE EFFECT OF ATMOSPHERIC PRECIPITATION ON THE HYDRO-THERMAL REGIME OF A ROAD EMBANKMENT

Abstract

Introduction. Roads constitute the backbone of the transport infrastructure, and their technical condition directly affects logistics stability, traffic safety, and economic efficiency. A significant portion of Ukraine's road network has flexible pavements, for which the condition of the subgrade soil plays a decisive role.

Problem statement. Enhancing the reliability of road structures remains a pressing issue in the sector. Since the strength and deformation parameters of flexible pavements depend on the physical and mechanical characteristics of the subgrade soil—and consequently on its moisture content—there is a need to account for all influencing factors and to develop accurate computational relationships.

Objective. To develop an engineering-applicable mathematical modeling approach to assess the impact of atmospheric precipitation on the hydro-thermal regime of the working layer of the road embankment.

Materials and methods. The proposed approach is based on a hydro-thermal model that employs differential equations of heat and moisture transfer in partial derivatives.

Results. To compute the moisture field $W(z, t)$ in the soil layer along depth z , the authors propose, instead of the commonly used function $f(t)$ — a time-dependent but depth-uniform source of moisture inflow — to introduce a function $f(z, t) = q(t) p(z)$. This formulation more accurately represents the moisture ingress from rainfall into the pavement structure.

Conclusions. The proposed formulation, based on a diffusion equation with a spatial-temporal source, provides a balanced compromise between computational complexity and accuracy for engineering applications. It enables the use of actual rainfall data, accounts for realistic moisture variation with depth, and considers the type of soil involved.

Keywords: road, moisture, hydro-thermal regime, soil, pavement structure, rainfall, embankment, precipitation, working layer.